

Systèmes de numération

Edgar P. Burkhart

Lycée du Pays de Soule

8 mai 2025

1 Définition

Definition 1.1 (Système de numération). *Un système de numération est un ensemble de règles qui régissent une, voire plusieurs numérations données. De façon plus explicite, c'est un ensemble de règles d'utilisation des signes, des mots ou des gestes permettant d'écrire, d'énoncer ou de mimer les nombres.*

Source : Article [Système de numération](#) de [Wikipédia en français](#) (auteurs)

2 Systèmes de numération usuels

2.1 Le système décimal (base 10)

Le système décimal est celui que l'on utilise au quotidien, qui utilise 10 symboles (0 à 9). La valeur des nombres s'obtient ainsi (Table 1) :

$$1789 = 1 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 9 \times 10^0 \quad (1)$$

2.2 Le système binaire (base 2)

Le système binaire est celui utilisé par systèmes électroniques. Il utilise 2 symboles (0 et 1). Chaque chiffre est appelé un bit. Un nombre à 8 bits est appelé octet (ou byte en anglais). La valeur des nombres s'obtient ainsi (Table 2) :

Tab. 1 : Système décimal

10^3	10^2	10^1	10^0
1000	100	10	1
1	7	8	9

Tab. 2 : Système binaire

2^3	2^2	2^1	2^0
8	4	2	1
1	0	1	1

$$1011_2 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \quad (2)$$

2.2.1 Conversion binaire vers décimal

Pour convertir un nombre binaire en nombre décimal, utiliser la méthode ci-dessus : chaque bit, lui associer sa valeur, puis faire la somme des bits à 1.

Exemple : Convertir 1101_2 en décimal.

- On associe à chaque bit sa valeur :

$$\begin{array}{cccc} 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \quad (3)$$

- On additionne la valeur des bits à 1 :

$$N = 8 + 4 + 1 = 13_{10} \quad (4)$$

2.2.2 Conversion décimal vers binaire

La méthode infaillible pour convertir un nombre décimal en nombre binaire est de poser la division par 2, puis réitérer avec le quotient obtenu jusqu'à obtenir 0, puis lire le reste des divisions en sens inverse.

Exemple : Convertir 25_{10} en binaire.

- On pose la division :
 - $25 \div 2 = 12$, reste 1
 - $12 \div 2 = 6$, reste 0
 - $6 \div 2 = 3$, reste 0
 - $3 \div 2 = 1$, reste 1
 - $1 \div 2 = 0$, reste 1
- On lit le reste des divisions dans l'ordre inverse : $25_{10} = 11001_2$.

Tab. 3 : Système hexadécimal

16^2	16^1	16^0
256	16	1
6	F	D

2.3 Le système hexadécimal (base 16)

Le système hexadécimal est souvent utilisé pour retranscrire des nombres binaires car la conversion entre les deux systèmes est simple. Il utilise 16 symboles (0 à 9 puis A à F; A=10, B=11, C=12, D=13, E=14 et F=15). La valeur des chiffres s'obtient ainsi (Table 3) :

$$6FD_{16} = 6 \times 16^2 + 15 \times 16^1 + 13 \times 16^0 \quad (5)$$

2.3.1 Conversion entre binaire et hexadécimal

Pour convertir un nombre binaire en hexadécimal, on peut regrouper les bits en paquets de 4, puis convertir chaque groupe de 4 bits en un chiffre hexadécimal.

Exemple : Convertir $0110\ 1111\ 1101_2$ en hexadécimal.

- On groupe en paquets de 4 bits : 0110_2 , 1111_2 , 1101_2 .
- On convertit chaque paquet en un chiffre hexadécimal :
 - $0110_2 = 6_{10} = 6_{16}$
 - $1111_2 = 15_{10} = F_{16}$
 - $1101_2 = 13_{10} = D_{16}$
- On obtient donc : $0110\ 1111\ 1101_2 = 6FD_{16}$.